**Бесконечно малые функции**

**Определение 1.** Функции называется бесконечно малой функцией при , если

*Ограниченные и неограниченные функции*

**Определение 2.** Функции называется ограниченной на некотором интервале , если

**Определение 3.** Функции называется ограниченной при , если она ограничена в некоторой окрестности точки.

**Определение 4.** Функция называется ограниченной сверху на некотором интервале , если

Функция называется ограниченной снизу на некотором интервале , если

*Пример1: Функция Дирихле*

Ограничена при

*Бесконечно большие функции*

**Определение 5.** Функции называется бесконечно большой функцией при , если

Геометрическая интерпретация : рисунок

*Теорема( о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций)*

*1.*Если

*2.*Если

*Доказательство:*

*Свойства бесконечно малых функций*

*Теорема1(о сумме бесконечно малых функций) : Сумма ограниченного числа бесконечно малых функций есть функция бесконечно малая.*

 *Доказательство:*

*Теорема2(о произведении бесконечно малой функции на ограниченную) :*

Если

функции ограничена в некоторой окрестности точки, то функция

бесконечно малая функция при или

 *Доказательство:*

*Сравнение бесконечно малых функций*

*Рассмотрим две бесконечно малые функции определенные для одних и тех же аргументов. Сравним эти функции, рассмотрев*

*1.* Если

 *бесконечно малая функция более высокого порядка, чем .*

*2.* Если

 *бесконечно малая функция более высокого порядка, чем.*

*3.* Если

 *бесконечно малые функции одного порядка* при *.*

*4.* Если

***являются эквивалентными бесконечно малыми функциями* при и обозначается**

*5.* Если

 *бесконечно малая функция порядка* ***m*** *по сравнению с*

*6.* Если

 *не сравнимы .*

*Свойства эквивалентных бесконечно малых функций*

*Для эквивалентных бесконечно малых функций справедливы три свойства:*

*1.рефлективность :*

*2. симметричность: если*

*3. Транзитивность: если*

*Теорема1(о разности эквивалентных бесконечно малых функций )*

Две бесконечно малые функции будут эквивалентными при тогда и только тогда , когда разность между ними есть бесконечно малая функция более высокого порядка, чем каждая из данных функций, что можно записать

 *Доказательство:*

разделим обе части на

и перейдем к пределу пр*и*

*Теорема 2:(о замене эквивалентных бесконечно малых функций )*

Предел отношения двух бесконечно малые функции не изменится, еслизаменить эти бесконечномалые функции эквивалентными при , то есть

Если

 *Доказательство:*

*Основные эквивалентности*

*При справедлива следующая таблица эквивалентных функций.*

|  |
| --- |
| *Основные эквивалентности**при*  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |