**Предел последовательности**

Числа 1,2,3, … - называются натуральными числами. Множество натуральных чисел обозначается

Множество целых чисел обозначается

Множество рациональных чисел обозначается

Множество действительных(вещественных) чисел обозначается

**Определение 1.** Модулем числа называется неотрицательное действительное число :

*Свойства модуля :*

Условные обозначения

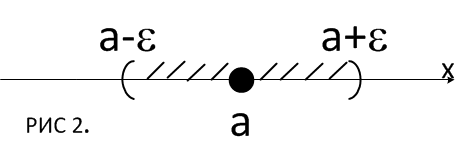
Квантор общности :

Квантор принадлежности :

Квантор существования :

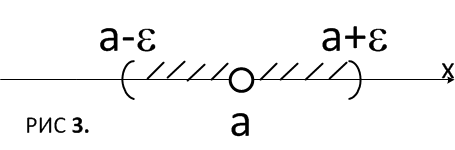
Квантор не существования :

**Определение 2.** Окрестностью точки радиуса называется множество точек числовой прямой таких, что

Обозначение:

Геометрическое представление:

**Определение 3.** Проколотой окрестностью точки радиуса называется множество точек числовой прямой таких, что

Обозначение:

Геометрическое представление:

**Определение 4.** Точка называется предельной точкой множества, если в

её окрестности хотя бы одна точка этого множества, отличная от .

*Пример1: Доказать, что в*  окрестности предельной точки содержится бесконечное число точек данного множества.

*Доказательство:*

Пусть предельная точка множества. произвольная окрестность радиуса

Тогда по определению предельной точки

В окрестности по определению предельной точки

и так далее, бесконечное множество действительных чисел, расположенных в соответствии с возрастанием номеров лежат в окрестности предельной точки .

*Предел последовательности*

**Определение 5.** Последовательность – это функция определенная на множестве натуральных чисел, множество значений которой может состоять из элементов любой природы: чисел, точек пространства, функций, векторов, множеств и т.д.

**Определение 6.** Числовая последовательность – это функция определенная на множестве натуральных чисел, множество значений которой состоит из действительных чисел.

*Пример1:* написать по пять первых членов пяти числовых последовательностей

**Определение 7.**  Число называется пределом числовой последовательности , если отличается от сколь угодно мало, начиная с некоторого номера

**Определение 8.**  Число называется пределом числовой последовательности , если

или

Если

то говорят, что последовательность сходится к .

*Пример2: найти предел* числовой последовательности

Если

то только число может являться предельной точкой множества членов последовательности. Так как , вне любой окрестности числа содержится конечное число членов последовательности. Следовательно, только может быть предельной точкой этого множества.

*Неравенство Бернулли*

*Доказательство: методом математической индукции*

1. проверка

2. предположение: пусть для

3. докажем, что справедливо и для

*Свойства сходящихся последовательностей*

1. Пусть

тогда

2. Пусть

тогда

3. Пусть

тогда

4. Пусть

тогда

*Пример 3:* найти пределчисловой последовательности

*Число e*

**Определение 9.**  Числовая последовательность , называется ограниченной , если

**Определение 10.**  Числовая последовательность , называется монотонно возрастающей , если

*Теорема 1: Монотонно возрастающая ограниченная последовательность имеет предел*. (без д*оказательства):*

рассмотрим последовательность , покажем, что это монотонно возрастающая последовательность

рассмотрим последовательность , покажем, что это монотонно убывающая последовательность

последовательность ограниченная + монотонно возрастающая последовательность

Символ для обозначения этого числа введен в 1731 году Эйлером(1707-1783)

*Пример 4:* найти пределчисловой последовательности